第27講　気体分子運動論と内部エネルギー

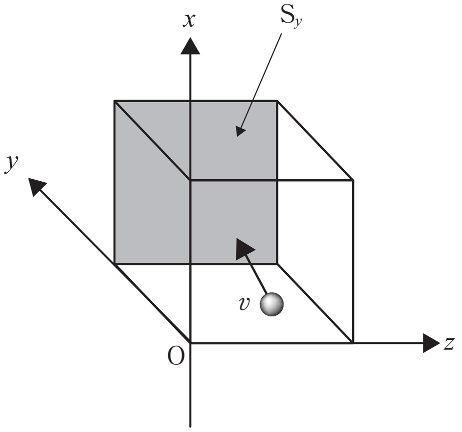
1

［　　］に適切な文字または式を入れよ。

単原子分子の理想気体について考える。一辺の長さ L の立方体の中に N 個の分子が閉じ込められており，分子は立方体の壁に完全弾性衝突する。また分子どうしの衝突はなく，重力の影響は無視する。

この中の1個の分子の運動に着目する。速度 $\vec{v}=(v_x,\ v_y,\ v_z)$ で運動していたものが図の壁 S_y に衝突すると衝突後の速度は $\vec{v'}=($［ 1 ］,［ 2 ］,［ 3 ］$)$ になる。分子の質量を m とおくと，衝突前後の分子の運動量の変化の大きさは［ 4 ］であり，これは一回の衝突で壁 S_y が受ける力積の大きさに等しい。

分子が次に壁 S_y と衝突するまでの時間 τ は距離 L の区間を速さ v_y で運動して一往復するのにかかる時間と等しいので［ 5 ］である。$\dfrac{1}{\tau}$ は1個の分子が単位時間内に壁 S_y と衝突する回数であるから，壁 S_y が1個の分子から単位時間内に受ける力積は［ 6 ］である。これは1個の分子が壁 S_y を押す平均の力である。



N 個の分子について $v_y{}^2$ の平均をとったものを $\overline{v_y{}^2}$ とすると，壁 S_y がすべての分子から受ける力は［ 7 ］である。これを壁 S_y の面積 L^2 で割ったものが圧力 P である。立方体の体積Vは $V=L^3$ であることに注意すると $P=$［ 8 ］である。

多数の分子の運動は乱雑であり，平均すればどの方向にも同じであると考えられるので $\overline{v_x{}^2}=\overline{v_y{}^2}=\overline{v_z{}^2}$，また $v^2=v_x{}^2+v_y{}^2+v_z{}^2$ なので v^2 を N 個の分子について平均したものを $\overline{v^2}$ とすると $\overline{v_y{}^2}=$［ 9 ］が成り立つ。

これを［ 8 ］に代入して整理すると，$PV=$［ 10 ］を得る。一方，アボガドロ数 N_A を，気体定数を R，温度を T とすると，今考えている理想気体の状態方程式は $PV=$［ 11 ］となる。両者を比較すると気体分子の運動エネルギーの平均 $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2}$ は［ 12 ］となり，温度 T に比例していることがわかる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

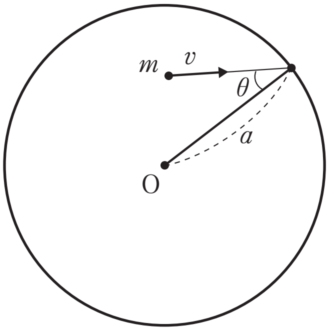
ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

次の文章を読み，以下の問（(1)〜(7)）に答えよ。

半径 a の球形の容器（中心 O）に絶対温度 T，分子の質量が m の単原子分子からなる理想気体が n [mol] 入っている。分子は容器の壁と完全弾性衝突をし，分子どうしの衝突は無いものとして，この気体の圧力と分子の熱運動の関係を考えてみよう。ただし，アボガドロ数を N_A，気体定数を R とする。



(1) 図のように，入射角 θ で速さ v の分子が壁にぶつかり弾性衝突して跳ね返った。この分子の運動量の変化の大きさはいくらか。正しいものを次の(a)〜(h)のうちから一つ選べ。

(a) $\dfrac{mv}{\cos\theta}$　(b) $\dfrac{2mv}{\cos\theta}$　(c) $\dfrac{mv}{\sin\theta}$　(d) $\dfrac{2mv}{\sin\theta}$

(e) $mv\cos\theta$　(f) $2mv\cos\theta$　(g) $mv\sin\theta$　(h) $2mv\sin\theta$

(2) 跳ね返ったこの分子が，次に壁にぶつかるまでに進む距離はどれほどか。正しいものを次の(a)〜(h)のうちから一つ選べ。

(a) $\dfrac{a}{\cos\theta}$　(b) $\dfrac{2a}{\cos\theta}$　(c) $\dfrac{a}{\sin\theta}$　(d) $\dfrac{2a}{\sin\theta}$

(e) $a\cos\theta$　(f) $2a\cos\theta$　(g) $a\sin\theta$　(h) $2a\sin\theta$

(3) この分子は単位時間に何回容器の壁にぶつかるか。正しいものを次の(a)〜(h)のうちから一つ選べ。

(a) $\dfrac{v}{2a\cos\theta}$　(b) $\dfrac{v}{a\cos\theta}$　(c) $\dfrac{v}{2a\sin\theta}$　(d) $\dfrac{v}{a\sin\theta}$

(e) $\dfrac{v}{a\tan\theta}$　(f) $\dfrac{2v}{a\tan\theta}$　(g) $\dfrac{v\tan\theta}{a}$　(h) $\dfrac{2v\tan\theta}{a}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(4)　この分子が単位時間に壁にあたえる力積の大きさの和はいくらか。正しいものを次の(a)〜(h)のうちから一つ選べ。

(a) $\dfrac{mv^2}{2a}$　(b) $\dfrac{mv^2}{a}$　(c) $\dfrac{mv^2}{2a\sin\theta}$　(d) $\dfrac{mv^2}{a\sin\theta}$

(e) $\dfrac{mv^2}{2a\tan\theta}$　(f) $\dfrac{mv^2}{a\tan\theta}$　(g) $\dfrac{mv^2}{2a\cos\theta}$　(h) $\dfrac{mv^2}{a\cos\theta}$

(5)　この容器の中の分子は，熱運動によりいろいろな速さと入射角で壁に衝突を繰り返している。n [mol] の気体分子についての速度の2乗の平均$\overline{v^2}$を用いると，この気体の圧力はどのように表されるか。正しいものを次の(a)〜(h)のうちから一つ選べ。

(a) $\dfrac{\pi nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}}{6a^3}$　(b) $\dfrac{\pi nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}}{3a^3}$　(c) $\dfrac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}}{4\pi a^3}$　(d) $\dfrac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}}{3\pi a^3}$

(e) $\dfrac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}}{6a^3}$　(f) $\dfrac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}}{3a^3}$　(g) $\dfrac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}}{2a^3}$　(h) $\dfrac{nN_{\mathrm{A}}m\overline{v^2}}{a^3}$

(6)　(5)の結果と理想気体の状態方程式を用いると，分子1個あたりの平均の運動エネルギーはどのように表されるか。正しいものを次の(a)〜(h)のうちから一つ選べ。

(a) $\dfrac{3RT}{4mN_{\mathrm{A}}}$　(b) $\dfrac{RT}{mN_{\mathrm{A}}}$　(c) $\dfrac{3RT}{2mN_{\mathrm{A}}}$　(d) $\dfrac{3RT}{mN_{\mathrm{A}}}$

(e) $\dfrac{3RT}{4N_{\mathrm{A}}}$　(f) $\dfrac{RT}{N_{\mathrm{A}}}$　(g) $\dfrac{3RT}{2N_{\mathrm{A}}}$　(h) $\dfrac{3RT}{N_{\mathrm{A}}}$

(7)　300 [K] のヘリウム気体中の分子運動の平均の速さ$\sqrt{\overline{v^2}}$は375 [K] のネオン気体中の分子運動の$\sqrt{\overline{v^2}}$のおよそ何倍か。最も適当なものを，(a)〜(h)のうちから一つ選べ。ただし，1 [mol] の質量はヘリウムが4.0 [g]，ネオンが2.0×10 [g] とする。

(a) 0.2　(b) 0.8　(c) 1.3　(d) 2.0

(e) 2.2　(f) 3.2　(g) 4.0　(h) 5.0

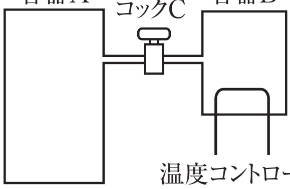
ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

図に示すように，断熱材で囲まれた容器A（体積 V）と容器B（体積$\frac{V}{2}$）が，コックCをもつ細い管で連結され，また，容器Bには内部の気体の温度を変えることができるコントローラーが取り付けられている。容器A，Bの熱膨張，および連結管の熱膨張と熱伝導は無視できるものとして，以下の各問に答えよ。



問1　コックCを閉じたまま，容器Aに圧力 p，温度 T の単原子分子理想気体Aをつめ，一方，容器Bには圧力$\frac{p}{4}$，温度$\frac{T}{4}$の単原子分子理想気体Bをつめた。

(1)　気体Aのモル数 n_A は気体Bのモル数 n_B の何倍か。

次に，温度コントローラーを使って気体Bの温度を$\frac{T}{4}$から$\frac{T}{2}$に上げ，温度コントローラーのスイッチを切った。気体Bの定積モル比熱を C_V とする。

(2)　気体Bの内部エネルギーの増加量 ΔU を求めよ。

(3)　気体Bの圧力 p' はいくらか。

問2　その後，コックCを開いた。そして，じゅうぶん時間がたって気体AとBが完全に混じり合った。

(4)　混合気体の温度 T_{AB} はいくらか。

(5)　混合気体の圧力 p_{AB} はいくらか。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

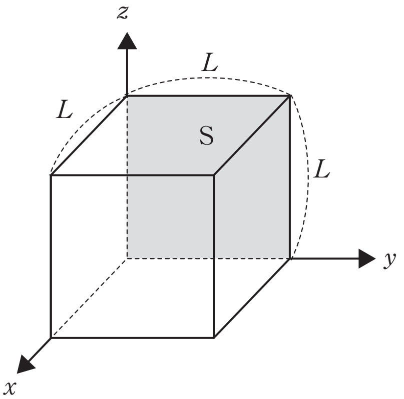
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 27 講　確認テスト

図に示すような一辺の長さが L [m] の立方体の容器の中に，1 個あたり質量 m [kg] の単原子分子理想気体の分子 N 個が入っており，壁の表面と弾性衝突を繰り返している。ここで，分子どうしの衝突はないものとし，重力の影響は無視する。

立方体の 3 辺に平行に x，y，z 軸をとり，x 軸に垂直な壁 S に速度 v [m/s] で衝突する分子に注目する。



以下の文章の各［　　］について，解答群の中から最も適当なものを一つ選びなさい。

分子の速度 v [m/s] の x，y，z 成分を v_x，v_y，v_z としたとき，1 個の分子が x 軸に垂直な壁 S に及ぼす力積の大きさは 1 回の衝突で［(1)］[N･s] となる。

v_x の速さで運動している分子が x 方向を 1 往復するのに要する時間は［(2)］[s] である。また，分子は壁 S と 1 秒あたり［(3)］回衝突するので，時間 t [s] 間にその分子は壁と［(4)］回衝突することになる。したがって，時間 t [s] 間に 1 個の分子が壁に及ぼす力積は［(5)］[N･s] となる。

つぎに，N 個の分子についての $v_x{}^2$ の平均値を $\overline{v_x{}^2}$ と表すと，N 個の分子が時間 t [s] の間に壁に及ぼす力積は［(6)］[N･s] となる。そして，気体が壁 S に及ぼす平均の力を F [N] とすれば，平均の力 F は［(7)］[N] となる。一方，壁 S の面積は L^2 [m^2] であるから，気体の圧力 p は［(8)］[Pa] となる。ただし，$L^3 = V$ [m^3] は容器の体積である。

さらに，気体の分子運動はどちらの方向にも等しく起こり，$\overline{v_x{}^2} = \overline{v_y{}^2} = \overline{v_z{}^2}$ が成り立つと考えることができるので，分子の速さの二乗平均値を $\overline{v^2}$ とすると，壁が分子から受ける圧力 p は［(9)］[Pa] と表すことができる。

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

〔解答群〕

(1)　ア．$-mv_x^{\,2}$　　イ．$2m^2v_x^{\,2}$　　ウ．$2mv_x$

　　エ．$3mv_x$　　オ．$3mv_x^{\,2}$

(2)　ア．$2Lv_x$　　イ．$\dfrac{v_x^{\,2}}{2L}$　　ウ．$\dfrac{2L}{v_x^{\,2}}$　　エ．$\dfrac{2L}{3v_x}$　　オ．$\dfrac{2L}{v_x}$

(3)　ア．$\dfrac{v_x}{2L}$　　イ．$\sqrt{2Lv_x}$　　ウ．$\dfrac{2L}{v_x}$　　エ．$2Lv_x$　　オ．$\dfrac{\sqrt{2}\,v_x}{L}$

(4)　ア．$\dfrac{v_xt^2}{L}$　　イ．v_xLt　　ウ．$\sqrt{\dfrac{v_xL}{2t}}$　　エ．$\dfrac{v_xt}{2L}$　　オ．$2v_xLt$

(5)　ア．$\dfrac{v_x^{\,2}t}{mL}$　　イ．$\dfrac{mv_x^{\,2}t}{L}$　　ウ．$\dfrac{\sqrt{mv_x^{\,2}t}}{L}$

　　エ．$\dfrac{mL}{v_xt}$　　オ．$\dfrac{v_x^{\,2}}{mLt}$

(6)　ア．$\dfrac{N\overline{v_x^{\,2}}\,t}{mL}$　　イ．$\dfrac{m\,\overline{v_x^{\,2}}}{NLt}$　　ウ．$\dfrac{Nm\,\overline{v_x^{\,2}}\,t}{L}$

　　エ．$\dfrac{N^2m\,\overline{v_x^{\,2}}\,t}{L}$　　オ．$\sqrt{Nm\,\overline{v_x^{\,2}}\,Lt}$

(7)　ア．$\dfrac{Nm\,\overline{v_x^{\,2}}}{L}$　　イ．$\sqrt{\dfrac{NLm}{\overline{v_x^{\,2}}}}$　　ウ．$\dfrac{Nm}{L\,\overline{v_x^{\,2}}}$

　　エ．$\dfrac{Lm}{N\overline{v_x^{\,2}}}$　　オ．$\sqrt{NLm\,\overline{v_x^{\,2}}}$

(8)　ア．$\dfrac{NV}{m\,\overline{v_x^{\,2}}}$　　イ．$\dfrac{Vm}{N\overline{v_x^{\,2}}}$　　ウ．$\dfrac{Nm\,\overline{v_x^{\,2}}}{V}$　　エ．$\dfrac{m\,\overline{v_x^{\,2}}}{NV}$　　オ．$\sqrt{\dfrac{m\,\overline{v_x^{\,2}}}{NV}}$

(9)　ア．$\dfrac{3\,V}{m\,\overline{v^2}}$　　イ．$\dfrac{Vm}{3N\overline{v^2}}$　　ウ．$\dfrac{Nm\,\overline{v^2}}{2\,V}$　　エ．$\dfrac{2N\overline{v^2}}{3\,Vm}$　　オ．$\dfrac{Nm\,\overline{v^2}}{3\,V}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 27 講　解答

1

1　v_x　　2　$-v_y$　　3　v_z　　4　$2mv_y$　　5　$\dfrac{2L}{v_y}$

6　$\dfrac{mv_y{}^2}{L}$　　7　$\dfrac{Nm\overline{v_y{}^2}}{L}$　　8　$\dfrac{Nm\overline{v_y{}^2}}{V}$　　9　$\dfrac{1}{3}\overline{v^2}$

10　$\dfrac{1}{3}m\overline{v^2}N$　　11　$\dfrac{N}{N_A}RT$　　12　$\dfrac{3}{2}\dfrac{R}{N_A}T$

2

(1)　(f)　　(2)　(f)　　(3)　(a)　　(4)　(b)　　(5)　(c)　　(6)　(g)　　(7)　(d)

3

問１　(1)　２倍　　(2)　$\dfrac{3}{16}PV$　　(3)　$\dfrac{1}{2}P$

問２　(4)　$\dfrac{5}{6}T$　　(5)　$\dfrac{5}{6}P$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第27講　確認テスト

【解答】

(1)　ウ　(2)　オ　(3)　ア　(4)　エ　(5)　イ

(6)　ウ　(7)　ア　(8)　ウ　(9)　オ

【解説】

(1)　$|m(-v_x)-mv_x|=\boldsymbol{2mv_x}$

(2)　$\Delta t=\boldsymbol{\dfrac{2L}{v_x}}$

(3)　$\dfrac{1}{\Delta t}=\boldsymbol{\dfrac{v_x}{2L}}$

(4)　$\boldsymbol{\dfrac{v_x}{2L}\times t}$

(5)　$2mv_x\times\dfrac{v_x t}{2L}=\boldsymbol{\dfrac{m{v_x}^2 t}{L}}$

(6)　$\boldsymbol{N\times\dfrac{m\overline{{v_x}^2}\,t}{L}}$

(7)　$F=\dfrac{Nm\overline{{v_x}^2}\,t}{L}\div t=\boldsymbol{\dfrac{Nm\overline{{v_x}^2}}{L}}$

(8)　$P=\dfrac{F}{L^2}=\dfrac{Nm\overline{{v_x}^2}}{L^3}=\boldsymbol{\dfrac{Nm\overline{{v_x}^2}}{V}}$

(9)　$\overline{{v_x}^2}=\overline{{v_y}^2}=\overline{{v_z}^2}=\dfrac{1}{3}\overline{v^2}$ となるので，

$$P=\boldsymbol{\frac{Nm\overline{v^2}}{3V}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。